

Inference at * 1 1
of proof for Lemma add_functionality_wrt_le:

1. $i_1 : \mathbb{Z}$
2. $i_2 : \mathbb{Z}$
3. $j_2 : \mathbb{Z}$
4. $i_2 \leq j_2$

 $\vdash \forall j_1 : \mathbb{Z}. (i_1 \leq j_1) \Rightarrow ((i_1 + i_2) \leq (j_1 + j_2))$
by (RA (IntInd 1))

1:

1. $i_2 : \mathbb{Z}$
2. $j_2 : \mathbb{Z}$
3. $i_2 \leq j_2$
4. $i_1 : \mathbb{Z}$
5. $i_1 < 0$
6. $\forall j_1 : \mathbb{Z}. ((i_1 + 1) \leq j_1) \Rightarrow ((i_1 + 1 + i_2) \leq (j_1 + j_2))$
7. $j_1 : \mathbb{Z}$
8. $i_1 \leq j_1$

 $\vdash (i_1 + i_2) \leq (j_1 + j_2)$

2:

1. $i_2 : \mathbb{Z}$
2. $j_2 : \mathbb{Z}$
3. $i_2 \leq j_2$
4. $j_1 : \mathbb{Z}$
5. $0 \leq j_1$

 $\vdash (0 + i_2) \leq (j_1 + j_2)$

3:

1. $i_2 : \mathbb{Z}$
2. $j_2 : \mathbb{Z}$
3. $i_2 \leq j_2$
4. $i_1 : \mathbb{Z}$
5. $0 < i_1$
6. $\forall j_1 : \mathbb{Z}. ((i_1 - 1) \leq j_1) \Rightarrow (((i_1 - 1) + i_2) \leq (j_1 + j_2))$
7. $j_1 : \mathbb{Z}$
8. $i_1 \leq j_1$

 $\vdash (i_1 + i_2) \leq (j_1 + j_2)$

.